Krzysztof WITCZYŃSKI
Politechnika Warszawska
Wydział Matematyki i Nauk Informacyjnych
Pl. Politechniki 1, 00-661 Warszawa
e-mail: kawitcz@mini.pw.edu.pl

UOGÓLNIONE TWIERDZENIE PAPPUSA

Twierdzenie Pappusa, jako jedno z najważniejszych twierdzeń geometrii rzutowej, było przedmiotem wielu badań. Na przykład w pracy [1] mamy do czynienia z jego uogólnieniem na n-wymiarową przestrzeń rzutową P^n nad dowolnym ciałem przemiennym. Mamy tu do czynienia z dwoma zbiorami punktów $A=\{a_0,...,a_n\}$i $B=\{b_0,...,b_n\}$ odpowiednio na dwóch hiperpłaszczyznach H_1 i H_2. Twierdzenie mówi, wymiar złącza podprzestrzeni (na ogól punktów) $S_0,...,S_n$ jest nie większy niż n-1 (S_j $= \bigcap_{i=0, i\neq j}^{n} S_{ij}$, gdzie $S_{ij} =J(b_i, A\setminus\{a_i,a_j\})$, $i\neq j$

(symbol $J(P_1,...,P_m)$ oznacza złącz podprzestrzeni $P_1,...,P_m$). O punktach $a_0,...,a_n$ oraz $b_0,...,b_n$ zakładamy, że żadne n spośród nich nie zawiera się w (n-2)-wymiarowej podprzestrzeni. Oczywiście, gdy n=2, jest to klasyczne twierdzenie Pappusa.

W niniejszej pracy dowodzi się twierdzenia ogólniejszego. Mianowicie rozważa się dwa zbiory punktów $A=\{a_0,...,a_n\}$ i $B=\{b_0,...,b_n\}$ takie, że $\dim J(A)=n-1$, $\dim J(B)=k$, $1\leq k\leq n-1$. Dodatkowo zakładamy, że punkty $a_0,...,a_n$ oraz $b_0,...,b_n$ są w położeniu ogólnym (żadne k+1 spośród $b_0,...,b_n$ nie zawiera się w (k-1)-wymiarowej podprzestrzeni). Przy tych założeniach prawdziwe jest

Twierdzenie

Jeśli $\dim J(A)=n-1$ i $\dim J(B)=k$, $1\leq k\leq n-1$ oraz J(B) nie zawiera się w J(A), to $\dim J(S_0,...,S_n)\leq k$.

BIBLIOGRAFIA
[1] K. Witczyński, Generalized Pappus theorem in the projective space P^n, Bull. Acad. Polon. Sci. Série sci math. astr. et phys. 9, 1979, 705-709.

[2] D. Witczyńska, Pappus' configuration in the projective space P^n, Demonstr. Math. 12, 1979, 593-598.

[3] K. Witczyński, On Pappus' Theorem in the Projective space P^n, Demonstr. Math. 23, 1990, 1099-1103.

[4] K. Witczyński, Pappus's Theorem in the Projective Space of Even Dimension, Demonstr. Math. 25, 1992, 1001-1004.

[5] K. Witczyński, Perspective case of the Pappus theorem in the n-dimensional projective space, Demonstr. Math. 40 2007, 925-928.